Cómo escribir Matemáticas

Por

Paul R. Halmos

Traducción de

Emilio Méndez Pinto

Edición digital para la Biblioteca Digital del ILCE
Título original: How to write Mathematics

Publicado originalmente en L' Enseignement Mathématique, Vol. 16, Fasc. 2, 123-152.

0. PREFACIO

Este es un ensayo subjetivo, y su título es engañoso; un título más honesto puede ser CÓMO ESCRIBO MATEMÁTICAS. El ensayo comenzó con un comité de la Sociedad Estadounidense de Matemática, a la que serví por un breve tiempo, pero rápidamente se convirtió en un proyecto privado que huyó conmigo. En un esfuerzo por ponerlo bajo control, pedí a unos cuantos amigos que lo leyeran y criticaran. Las críticas fueron excelentes: agudas, honestas, y constructivas, pero también fueron contradictorias. “No hay suficientes ejemplos concretos”, dijo uno; “no estoy de acuerdo con que se necesiten más ejemplos concretos”, dijo otro. “Es demasiado largo”, dijo uno más; “quizá se necesite más”, dijo otro más. “Existen métodos tradicionales (y efectivos) para minimizar el tedio de las pruebas largas, como dividirlas en una serie de lemas”, dijo uno. “Una de las cosas que más me irrita es la costumbre (especialmente de los principiantes) de presentar una prueba en la forma de una gran serie de lemas elaboradamente establecidos y totalmente aburridos”, dijo otro.

Había una cosa que acordaban la mayoría de mis asesores: un ensayo de este tipo está destinado a ser una tarea ingrata. El asesor 1 dijo: “En el momento en que un matemático ha escrito su segundo artículo, está convencido de saber cómo escribir artículos, y reaccionará a los consejos con impaciencia.” El asesor 2 dijo: “Pienso que todos nosotros sienten secretamente que, si nos molestásemos en hacerlo, seríamos realmente expositores de primera categoría. Las personas que son muy modestas con sus matemáticas se enfurecerían si se cuestionara su capacidad para escribir bien.” El asesor 3 utilizó el más fuerte de los lenguajes. Me advirtió que, como no es posible exhibir una gran profundidad intelectual en una discusión sobre cuestiones relativas a la técnica, no debería sorprenderme ante “el desprecio que podría recibir por parte de algunos de mis colegas más arrogantes”.

Mis asesores son matemáticos consagrados y bien conocidos. Un crédito de mi parte no agregaría nada a su estatura, pero mis posibles malentendidos, extravíos, y aplicaciones erróneas de sus consejos podrían causarles molestia y vergüenza. Es por esto que decidí recurrir al procedimiento poco académico de citar sin nombre y de agradecer anónimamente. No por ello estoy menos agradecido, y no menos dispuesto a reconocer que, sin su ayuda, este ensayo sería peor.

“Hier stehe ich; ich kann nicht anders.”

1. NO HAY NINGUNA RECETA Y LO QUE ES

Pienso que puedo decirle a alguien cómo escribir, pero no se me ocurre quién querría escuchar. Creo que la habilidad para comunicarse de manera efectiva, el poder ser inteligible, es algo congénito; o, en cualquier caso, se adquiere tan tempranamente que en el momento en que alguien lee mi juicio sobre el tema es muy probable que sea invariante ante él. Comprender un silogismo no es algo que se pueda aprender; o bien se nace con esa habilidad, o no se nace con ella. De la misma forma, la exposición efectiva no es un arte que se pueda enseñar; algunos pueden hacerlo y otros no. No hay ninguna receta para escribir bien.

Si esto es así, entonces ¿por qué seguir? Una pequeña razón es la esperanza de que lo que he dicho no sea del todo cierto y, de cualquier manera, me gustaría hacer algo que quizá no pueda hacerse. Una razón más práctica es que en las demás artes que requieren de un talento innato, ni siquiera los superdotados suelen nacer con un conocimiento pleno de todos los trucos del oficio. Unos cuantos ensayos como éste podrían servir para "recordarles" (en el sentido platónico) a aquellos que desean ser y que están destinados a ser los expositores del futuro las técnicas que los expositores del pasado encontraron útiles.

El problema de fondo al escribir matemáticas es el mismo que al escribir biología, una novela, o las direcciones para montar un clavicordio: el problema es comunicar una idea. Para hacerlo, y para hacerlo de forma clara, uno debe tener algo que decir, y uno debe tener alguien a quien decírselo. Uno debe organizar lo que pretende decir, y acomodarlo en el orden en que quiere decirlo. Debe escribirlo, reescribirlo, y re-reescribirlo varias veces, y debe estar dispuesto a pensar mucho en ello y a trabajar mucho en los detalles mecánicos como la dicción, la notación, y la puntuación. Eso es todo lo que hay que hacer.

2. DI ALGO

Podría parecer innecesario insistir en que, para decir algo bien, uno debe tener algo que decir; pero no es ningún chiste. Mucha mala escritura, tanto en las matemáticas como en otras partes, obedece a una violación del primer principio. Así como hay dos formas en que una secuencia carece de un límite (ningún punto de acumulación o

demasiados puntos de acumulación), también hay dos formas en que un escrito carece de tema (ninguna idea o demasiadas ideas).

El primer mal es el más difícil de pescar. No es fácil escribir muchas palabras que no digan nada, especialmente en las matemáticas, pero puede hacerse, y el resultado está destinado a ser una lectura complicada. Existe un libro de manivela clásico escrito por Carl Theodore Heisel [5] que servirá como ejemplo. El libro está repleto de palabras bien escritas ensartadas en oraciones gramaticalmente correctas, pero después de tres décadas de echarle un ojo de vez en cuando me es imposible leer dos páginas consecutivas y hacer un abstracto de un párrafo de lo que dicen. Pienso que la razón es que [las páginas] no dicen nada.

El segundo mal es muy común. Existen muchos libros que violan el principio de tener algo que decir precisamente porque dicen muchas cosas. Los profesores de matemáticas elementales en Estados Unidos se quejan frecuentemente de que todos los libros de cálculo son malos. Esto es un ejemplo de ello. Los libros de cálculo son malos porque su tema no es el cálculo; y no es su tema porque cubren muchos temas. Lo que hoy en día llamamos cálculo es la unión de un poco de lógica y teoría de conjuntos, alguna teoría axiomática de campos completamente ordenados, geometría analítica y topología - esta última tanto en un sentido “general” (límites y funciones continuas) como en un sentido algebraico (orientación) -, la teoría de una variable real propiamente dicha (diferenciación), la manipulación de símbolos combinatoria llamada integración formal, los primeros pasos de la teoría de la medida de dimensiones bajas, algo de geometría diferencial, los primeros pasos del análisis clásico de las funciones trigonométricas, exponenciales, y logarítmicas, y, dependiendo del espacio disponible y de las inclinaciones personales del autor, algunas ecuaciones diferenciales de libro de cocina, algo de mecánica elemental, y un pequeño surtido de matemáticas aplicadas. Sobre cualquiera de estos temas es difícil escribir un buen libro; la mescolanza es imposible.

La pequeña joya de Nelson sobre la prueba de que una función armónica acotada es una constante [7] y el monumental tratado de Dunford y Schwartz sobre el análisis funcional [3] son ejemplos de escritos matemáticos que tienen algo que decir. El trabajo de Nelson no ocupa ni media página, y el de Dunford-Schwartz es más de cuatro mil veces más grande, pero en cada caso es evidente que los autores tenían una idea inequívoca de lo que pretendían decir. El tema está claramente delineado; es un tema; se mantiene unido; es algo que decir.

El tener algo que decir es, por mucho, el ingrediente más importante de una buena exposición - tanto es así que si la idea es lo suficientemente importante, el trabajo puede llegar a ser inmortal incluso si está mal organizado y expresado -. La prueba de Birkhoff sobre el teorema ergódico [1] es sumamente confusa, y la "última carta" de Vanzetti [9] es vacilante y torpe, pero seguramente cualquiera que las lea se alegrará de que se hayan escrito. Salir adelante únicamente con el primer principio[1] es posible las más raras de las veces, y nunca es deseable.

3. HABLA CON ALGUIEN

El segundo principio de una buena escritura consiste en escribir para alguien. Cuando uno decide escribir algo, debe preguntarse a quién quiere llegar. ¿Estás escribiendo algo en tu diario que sólo tú leerás? ¿Una carta para un amigo? ¿El anuncio de una investigación destinado a especialistas? ¿Un libro de texto para estudiantes? Los problemas son muy similares en cualquier caso; lo que varía es la cantidad de motivación que tienes que poner, el grado de informalidad que te puedes permitir, la meticulosidad necesaria en los detalles, y el número de veces que tienes que repetir las cosas. Toda escritura está influida por la audiencia, pero, dada ésta, el problema de un autor es comunicarse con ella lo mejor que pueda.

Los editores saben que 25 años es una edad respetable para la mayoría de los libros de matemáticas. Para los artículos de investigación la edad promedio de obsolescencia (a ojo) es de cinco años. (Desde luego puede haber artículos de 50 años de edad que permanezcan con vida y libros que mueran en cinco años.) Sin duda la escritura matemática es efímera, pero si uno quiere llegar a su audiencia ahora, debe escribir para todas las épocas.

A mí me gusta especificar mi audiencia no sólo en un sentido vago, amplio (v. g., topólogos profesionales o estudiantes de segundo año de posgrado), sino también en un sentido muy específico, personal. Me ayuda el pensar en una persona, quizá alguien con quien discutí el tema hace dos años, o quizá un colega amistoso, deliberadamente obtuso, y tenerlo en mente mientras escribo. En este ensayo, por ejemplo, tengo la esperanza de llegar a estudiantes de matemáticas que estén a punto de empezar sus tesis, pero, al mismo tiempo, tengo en mi mente a un colega cuyas formas pueden soportar

[1] Con el principio de "para poder decir algo bien, uno debe tener algo que decir". Nota del Traductor.

cierta mejora. Claro está que espero que (a) se convierta a mis formas, pero que (b) no se ofenda si y cuando se dé cuenta que estoy escribiendo para él.

Existen ventajas y desventajas al momento de dirigirse a una audiencia muy especificada. Una gran ventaja es que facilita la necesaria lectura de la mente; una desventaja es que resulta tentador entregarse a comentarios sarcásticos y polémicos, así como a chistes "locales". Ciertamente resulta obvio a qué me refiero con la desventaja, y es evidentemente mala; uno debe evitarla. La ventaja merece mayor énfasis.

El escritor debe anticiparse y evitar las dificultades del lector. A medida que escribe, debe tratar de imaginar qué puede tender a confundir al lector en las palabras escritas, y qué es lo que será apropiado para él. Más adelante ofreceré ejemplos de una o dos cosas de este tipo, pero por ahora quiero enfatizar que el mantener a un lector específico en mente no es sólo útil en este aspecto, sino que es esencial.

Quizá sobre decirlo, pero no hará daño hacerlo, que la audiencia a la que en realidad se llegó puede diferir mucho de la audiencia buscada originalmente. No hay nada que garantice que el objetivo de un escritor siempre es perfecto. Con todo, aún digo que es preferible tener un objetivo definido y golpear a alguien más, que tener un objetivo demasiado inclusivo o especificado de manera muy vaga, y no tener ninguna oportunidad de golpear algo. Prepárate, apunta, y dispara, y espera darle a un objetivo: qué mejor que al objetivo al que apuntabas, pero sin duda algún objetivo es mejor que ninguno.

4. PRIMERO ORGANIZA

La principal contribución que puede hacer un autor expositor es organizar y acomodar el material para así minimizar la resistencia y maximizar la comprensión del lector, manteniéndolo en el camino sin distracciones involuntarias. ¿Cuáles son, después de todo, las ventajas de un libro reimpreso muchas veces? La respuesta es: un arreglo [de los temas] eficiente y placentero, énfasis donde es necesario, la indicación de interconexiones, y la descripción de los ejemplos y contraejemplos sobre los que se basa la teoría; en una palabra: organización.

El descubridor de una idea, quien bien puede ser el mismo que su expositor, se tropezó con ella sin orden ni concierto, ineficientemente, casi al azar. Si no hubiese forma de ajustar, de consolidar, y de reacomodar el descubrimiento, cada estudiante tendría que recapitularlo, no habría ninguna ganancia en pararse "sobre los hombros de

los gigantes”, y nunca habría tiempo para aprender nada nuevo que la generación anterior no supiera ya.

Una vez que sabes lo que quieres decir, y a quien se lo quieres decir, el siguiente paso es hacer un esquema. En mi experiencia, esto suele ser imposible. Lo ideal es hacer un esquema en donde se mencionen cada discusión heurística preliminar, cada lema, cada teorema, cada corolario, cada observación, y cada prueba, y en donde todas estas piezas tengan lugar en un orden que sea lógicamente correcto y psicológicamente digerible. En la organización ideal hay un lugar para todo, y todo está en su lugar. Se consigue la atención del lector porque antes se le dijo qué esperar, y, al mismo tiempo y en una aparente contradicción, siguen ocurriendo agradables sorpresas que no podrían haber sido previstas a partir de los meros esqueletos de las definiciones. Las partes encajan, y encajan cómodamente. Los lemas están ahí cuando se les requiere y son visibles las interconexiones de los teoremas. El esquema te dice dónde pertenece todo esto.

Yo hago una pequeña distinción, quizá innecesaria, entre organización y arreglo. Organizar un tema significa decidir cuáles son los títulos y los subtítulos principales, cuál va debajo de cuál, y cuáles son las conexiones entre ellos. Un diagrama de la organización es un gráfico, muy parecido a un árbol, pero casi seguro que no es una cadena. Hay muchas formas de organizar la mayoría de los temas, y comúnmente hay muchas formas de arreglar [o acomodar] los resultados de cada método de organización en un orden lineal. La organización es más importante que el arreglo, pero este último suele tener un valor psicológico.

Uno de los elogios más apreciados que alguna vez hice a un autor provino de un fiasco; arruiné un ciclo de conferencias basadas sobre su libro. Todo empezó porque había una sección del libro que no me gustaba, y por tanto me la salté. Tres secciones después necesitaba un pequeño fragmento del final de la sección omitida, pero me fue fácil ofrecer una prueba distinta. Lo mismo sucedió un par de veces más, pero cada vez un poco de ingenuidad y uno o dos conceptos ad hoc fueron suficientes para parchar la fuga. Pero en el siguiente capítulo surgió algo más. Lo que se necesitaba no era una parte de la sección omitida, sino el hecho de que los resultados de tal sección eran aplicables a dos situaciones aparentemente muy distintas. Eso fue casi imposible de parchar, y después se montó rápidamente el caos. La organización del libro era estricta; las cosas estaban ahí porque eran necesarias, y la presentación tenía el tipo de coherencia que facilita la lectura y la comprensión. Al mismo tiempo, los cables que

sujetaban este todo no eran molestos, y se hicieron visibles sólo cuando se manipulaba una parte de la estructura.

Incluso los autores menos organizados hacen un esquema tosco y quizá no escrito; el mismo tema a tratar es, después de todo, un esquema del concepto del libro. Si uno sabe que está escribiendo sobre la teoría de la medida, entonces tendrá un esquema de dos palabras, y eso ya es algo. El esquema tentativo de un capítulo es algo mejor, y podría ser algo así: les hablaré de conjuntos, después de medidas, después de funciones, y después de integrales. En esta etapa uno querrá hacer algunas decisiones que, sin embargo, puedan tener que ser rescindidas más tarde. Uno decidirá, por ejemplo, dejar fuera la probabilidad, pero incluir la medida de Haar.

Existe un sentido en el que la preparación de un esquema puede llevar años o, por lo menos, muchas semanas. En mi caso, suele pasar mucho tiempo entre el primer momento de alegría cuando concibo la idea de escribir un libro y el primer momento doloroso cuando me siento y comienzo a escribirlo. En el ínterin, mientras continúo con mi trabajo diario de pan y mantequilla, sueño de día con el nuevo proyecto y, a medida que se me ocurren las ideas que contendrá, las anoto en pequeñas hojas de papel sueltas que pongo sin orden ni concierto en un fólder. Una "idea" en este sentido puede ser un campo de las matemáticas que siento debe estar incluido en el libro, o el elemento de una notación: puede ser una prueba, una palabra acertadamente descriptiva, o una ocurrencia que, espero, no fracasará, sino que avivará, enfatizará, y ejemplificará lo que quiero decir. Cuando por fin llega el momento doloroso, al menos tengo mi fólder. Jugar al solitario con pequeñas hojas de papel puede ser de gran ayuda al momento de preparar el esquema.

En la organización de una parte del escrito, la cuestión de qué incluir es apenas más importante que la de qué dejar fuera; demasiado detalle puede ser tan desalentador como ninguno. El último punto de la última i, a la manera del anticuado Cours d' Analyse en general y de Bourbaki en particular, da satisfacción al autor que lo comprende de cualquier forma y al impotente y débil estudiante que nunca lo hará, pero para la mayoría de los lectores serios y profundos es peor que inútil. El corazón de las matemáticas consiste en ejemplos y problemas concretos. Las grandes teorías generales suelen ser ideas tardías basadas sobre pequeñas pero profundas ideas; las ideas, por sí mismas, vienen de casos especiales concretos. La moraleja es que es mejor organizar el trabajo alrededor de los ejemplos y contraejemplos centrales, cruciales. La observación de que una prueba prueba algo un poco más general que aquello para lo que se inventó

bien puede dejarse al lector. En donde el lector necesita una guía experimentada es en el descubrimiento de las cosas que la prueba no prueba; ¿cuáles son los contraejemplos apropiados y hacia dónde vamos desde aquí?

5. PIENSA EN EL ALFABETO

Una vez que se cuenta con algún tipo de plan de organización, un esquema, que puede no estar muy bien pero que es lo mejor que puede hacerse, casi se está listo para comenzar a escribir. La única otra cosa que recomendaría hacer primero es invertir una o dos horas de pensamiento en el alfabeto; descubrirás que esto te ahorrará muchos dolores de cabeza más tarde.

Las letras empleadas para denotar los conceptos a discutir son dignas de pensamiento y de un estudio cuidadoso. Una buena notación, consistente, puede suponer una ayuda tremenda, e insto (también a los autores de artículos, pero especialmente a los autores de libros) a que sean planificadas al principio. Yo suelo hacer grandes tablas con muchos alfabetos, con muchas fuentes tanto para las letras mayúsculas como para las minúsculas, e intento anticipar todos los espacios, grupos, vectores, funciones, puntos, superficies, medidas, y cualquier cosa que tarde o temprano tenga que ser bautizada. Una mala notación puede hacer mala una buena exposición y peor una mala exposición; decisiones ad hoc sobre la notación, hechas a la mitad de la frase al calor de la composición, es casi seguro que resulten en una mala notación.

Una buena notación tiene una especie de armonía alfabética que evita la disonancia. Por ejemplo: $ax+by$ o $a_1x_1+a_2x_2$ es preferible a ax_1+bx_2. O, si se debe utilizar Σ para un conjunto de índices, asegúrate de que no tropieces con $\Sigma_{\sigma\in\Sigma}a_\sigma$. En la misma línea: quizá la mayoría de los lectores no noten que utilizaste $|z|<\varepsilon$ en la parte superior de la página y $z\varepsilon U$ en la parte inferior, pero ese es el tipo de disonancia inmediata que ocasiona una vaga y no localizada sensación de malestar. El remedio para esto es fácil y cada día gana más aceptación universal: $\in$ está reservado para membresía y ε para un uso ad hoc.

Las matemáticas tienen acceso a un alfabeto potencialmente infinito (v. g., *x*, *x'*, *x''*, *x'''*,…), pero, en la práctica, sólo es utilizable un pequeño fragmento finito. Una razón de esto es que la capacidad del ser humano para distinguir entre ciertos símbolos es mucho más limitada que su habilidad para concebir nuevos [símbolos]. Otra razón es

el mal hábito de recurrir a letras congeladas. Algunos analistas anticuados hablarían de un "espacio *xyz*" queriendo decir, pienso, un espacio euclidiano tridimensional, más la convención de que un punto de tal espacio siempre debe denotarse por "(x, y, z)". Esto es malo: "congela" x, y y, y z, i. e., prohíbe su uso en otro contexto y, al mismo tiempo, hace imposible (o, en cualquier caso, inconsistente) utilizar, digamos, "(a, b, c)" cuando "(x, y, z)" se ha agotado temporalmente. Existen versiones modernas de esta costumbre, y no son mejores. Por ejemplo: matrices con "propiedad L"; una designación congelada y poco sugestiva.

Hay otras formas torpes e inútiles de utilizar letras: "complejos CW" y "grupos CCR" son ejemplos de ello. Una curiosidad relacionada con esto que probablemente sea el límite superior de emplear letras de una forma inutilizable sucede en Lefschetz [6]. Ahí, x_i^p es una cadena de dimensión p (el subíndice es sólo un índice), mientras que x_p^i es una cadena complementaria de dimensión p (y el índice es un índice). Pregunta: ¿qué es x_3^2?

A medida que progresa la historia, se congelan cada vez más símbolos. Los ejemplos estándar son e, i, y π, y, desde luego, 0, 1, 2, 3,… (¿Quién se atrevería a escribir "Sea 6 un grupo"?) Unas cuantas letras más están casi congeladas: muchos lectores se ofenderían si "n" fuese utilizada para [denotar] un número complejo, o "ε" para [denotar] un número entero positivo, y "z" para [denotar] un espacio topológico. (La pesadilla de un matemático es una secuencia n que tiende a 0 a medida que ε se vuelve infinito.)

Moraleja: no aumentes la rígida frigidez. Piensa en el alfabeto. Es un fastidio, pero vale la pena. Para ahorrarte tiempo y problemas más tarde, piensa en el alfabeto una hora, y después comienza a escribir.

6. ESCRIBE EN ESPIRALES

La mejor manera de empezar a escribir - quizá la única manera - es haciéndolo a partir de un plan espiral. De acuerdo con este plan, los capítulos han de ser escritos y re-escritos en el orden 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, etc. Crees saber cómo escribir el capítulo 1, pero después de haberlo hecho y de pasar al capítulo 2, te darás cuenta de que pudiste haber hecho un mejor trabajo en el capítulo 2 si hubieses hecho el capítulo 1 de manera distinta. No hay otra cosa que hacer más que regresar, hacer el capítulo 1 de forma

distinta, hacer un mejor trabajo en el capítulo 2, y después pasar al capítulo 3. Y ya sabes qué pasará: el capítulo 3 revelará las debilidades de los capítulos 1 y 2, y no hay otra cosa que hacer más que…etc., etc., etc. Esta es una idea obvia y con frecuencia inevitable, pero podrá ayudarle a un futuro autor para saber con qué se enfrentará, y podrá ayudarle a saber que el mismo fenómeno ocurrirá no sólo en los capítulos, sino también en las secciones, en los párrafos, en las oraciones, e incluso en las palabras.

El primer paso en el proceso de escribir, reescribir, y re-reescribir es escribir. Dado el tema, la audiencia, y el esquema (sin olvidar el alfabeto), empieza a escribir, y no permitas que nada te detenga. No hay mejor incentivo para escribir un buen libro que un mal libro. Una vez teniendo un primer borrador a la mano (escrito espiralmente) basado sobre un tema, dirigido hacia una audiencia, y respaldado por un esquema tan detallado como sea posible, entonces el libro está más que medio hecho.

El plan espiral da cuenta de la mayor parte de la reescritura y de la re-reescritura que supone un libro (de la mayor parte, pero no de toda). En el primer borrador de cada capítulo recomiendo que derrames tu corazón, escribas rápido, violes todas las reglas, escribas con odio o con orgullo, seas sarcástico, confuso, incluso "divertido" si debes serlo, poco claro, poco gramático; sólo sigue escribiendo. Cuando llegue el momento de reescribir, sin embargo, y sin embargo tantas veces como sea necesario, no edites, sino reescribe. Suele ser tentador utilizar una pluma roja para indicar inserciones, supresiones, y permutaciones, pero en mi experiencia esto conduce a errores catastróficos. En contra de la impaciencia humana, y en contra de toda la parcialidad que todo mundo siente hacia sus propias palabras, una pluma roja es un arma demasiado débil. Te enfrentas a un primer borrador que cualquier lector excepto tú encontrará inaguantable; debes ser despiadado con los cambios de todo tipo y, especialmente, con las omisiones masivas. Reescribir significa escribir de nuevo cada palabra.

No quiero decir que, literalmente, en un libro de 10 capítulos el capítulo 1 deba escribirse diez veces, sino que me refiero a unas tres o cuatro veces. Las posibilidades son que el capítulo 1 deba reescribirse, literalmente, tan pronto como el capítulo 2 esté terminado y, muy probablemente, al menos una vez más, en algún tiempo después del capítulo 4. Con un poco de suerte, tendrás que escribir el capítulo 9 una sola vez.

La descripción de mi propia práctica podrá indicar la cantidad total de reescritura de la que estoy hablando. Después de un primer borrador escrito espiralmente, suelo reescribir todo el libro, y posteriormente añado las mecánicas pero indispensable ayudas al lector (una lista de prerrequisitos, el prefacio, el índice, y la

tabla de contenidos). Después reescribo de nuevo, esta vez con una máquina de escribir o, en cualquier caso, de una forma tan clara y bella que un mecanógrafo poco entrenado matemáticamente pueda utilizar esta versión (la tercera, en cierto sentido) para preparar el mecanografiado "final" sin problemas. La reescritura en esta tercera versión es mínima, y por lo general se limita a cambios que afectan únicamente una palabra o, en el peor de los casos, una oración. La tercera versión es la primera que otros ven. Le pido a mis amigos que la lean, mi esposa la lee, mis estudiantes pueden llegar a leer partes de ella, y, lo mejor de todo, un experto de grado menor, respetablemente pagado para hacer un buen trabajo, la lee y está obligado a no ser amable con sus críticas. Los cambios que se vuelven necesarios en la tercera versión se pueden llevar a cabo, con un poco de suerte, con una pluma roja; con mala suerte, harán que un tercio de las páginas deba ser reescrito a máquina. El mecanografiado "final" está basado sobre la tercera versión editada y, una vez que existe, se lee, relee, se corrige, y recorrige. Aproximadamente después de dos años de haberlo comenzado (dos años de trabajo, que pueden ser mucho más que dos años de calendario), el libro se envía al editor. A partir de aquí comienza otro tipo de dolor de parto, pero esa es otra historia.

Arquímedes nos enseñó que una pequeña cantidad añadida a sí misma suele volverse una gran cantidad (o, en términos proverbiales, todo ayuda). Cuando se trata de conseguir el volumen del trabajo en el mundo, y, en particular, cuando se trata de escribir un libro, creo que lo contrario de la enseñanza de Arquímedes también es cierto: la única forma de escribir un libro grande es seguir escribiendo una pequeña parte de él, de manera constante cada día, sin excepción alguna, sin vacación alguna. Una buena técnica para facilitar la estabilidad de tu tasa de producción es detenerte cada día para preparar el impulso del día siguiente. ¿Con qué comenzarás mañana? ¿Cuál debe ser el contenido de la siguiente sección? ¿Cuál es su título? (Yo recomiendo que busques un título corto para cada sección, antes o después de escribirla, incluso si no tienes pensado publicar los títulos de las secciones. El propósito de esto es probar qué tan bien está planeada la sección: si no puedes encontrar un título, la razón puede ser que la sección carezca de un solo objeto unificado.) A veces yo escribo hoy la primera oración de mañana; algunos autores comienzan revisando y reescribiendo hoy la última página o así del trabajo de ayer. En cualquier caso, termina cada sesión de trabajo con ánimo; dale a tu subconsciente algo sólido para alimentarlo entre las sesiones. Es sorprendente cómo puedes engañarte a ti mismo de esta manera; esta técnica es suficiente para superar la inercia natural del ser humano en contra del trabajo creativo.

7. ORGANIZAR SIEMPRE

Incluso si tu plan de organización original fue bueno y detallado (y especialmente si no lo fue), el trabajo más importante de organizar el material no termina cuando uno empieza a escribir; recorre todo el camino de la escritura e incluso va más allá.

El plan espiral de la escritura va de la mano con el plan espiral de la organización, un plan frecuentemente aplicable (quizá siempre) a la escritura matemática. Este plan es como sigue. Comienza con cualquier cosa que hayas elegido como tu concepto básico - espacios vectoriales, por ejemplo - y haz lo correcto con ella: motívala, defínela, y ofrece ejemplos y contraejemplos. Esa será la sección 1. En la sección 2 introduce el primer concepto relacionado que te propones a estudiar - dependencia lineal, por ejemplo - y haz lo correcto con él: motívalo, defínelo, ofrece ejemplos y contraejemplos, y después, y este es el punto importante, revisa la sección 1 de manera tan completa como te sea posible desde el punto de vista de la sección 2. Por ejemplo: ¿qué ejemplos de conjuntos linealmente dependientes e independientes resultan fácilmente accesibles dentro de los propios ejemplos de espacios vectoriales introducidos en la sección 1? (Aquí tenemos, por cierto, otra clara razón de por qué el plan de escritura espiral es necesario: en la sección 2 uno podría pensar en ejemplos de conjuntos linealmente dependientes e independientes en espacios vectoriales que olvidó ofrecer como ejemplos en la sección 1.) En la sección 3 introduce tu siguiente concepto (desde luego, justo lo que deba ser requiere de una planificación cuidadosa, y, más a menudo, de un cambio de mentalidad fundamental que de nuevo convierte a la escritura en espiral en el procedimiento correcto) y, después de haberlo aclarado en la forma usual, revisa las secciones 1 y 2 desde el punto de vista del nuevo concepto. Todo esto funciona, y funciona a las mil maravillas. Es fácil de hacer, divertido, es fácil de leer, y el lector se ve auxiliado por el firme andamio organizacional que esto produce, inclusive si no se molesta en examinarlo ni en ver dónde van las uniones y cómo se soportan unas a otras.

Todas las tramas y subtramas del novelista histórico, así como todos los indicios y pistas del escritor de historias detectivescas, tienen sus analogías matemáticas. Para aclarar este punto por medio de un ejemplo: mucha de la teoría de los espacios métricos podría desarrollarse como una “subtrama” en un libro sobre topología general con comentarios no pretenciosos, digresiones entre paréntesis, y ejercicios ilustrativos. Una

organización así ofrecería al lector una motivación más firmemente fundada y mucha más penetración de la que podría obtenerse a partir de una generalidad inexorable y sin ningún esfuerzo real visible. En cuanto a las pistas: una sola palabra, mencionada por primera vez varios capítulos antes de su definición, y después vuelta a mencionar con cada vez más detalles a medida que se acerca su tratamiento formal, puede servir como una preparación discreta, subliminal, para su descripción completa. Un procedimiento así puede ser de gran ayuda para el lector y, al mismo tiempo, facilitar mucho el trabajo del autor, a expensas, sin duda, de incrementar en gran medida el pensamiento y la preparación de su prosa informal. Pero todo esto vale la pena. Si uno trabaja ocho horas para ahorrarle cinco minutos al lector, le habrá ahorrado más de 80 horas a cada 1000 lectores, y el nombre de uno será merecidamente bendecido en los corredores de muchos edificios matemáticos. Pero recuerda: para un uso efectivo de las subtramas y de las pistas, es indispensable un plan de organización espiral.

El último y mínimo aspecto de la organización que merece nuestra atención, aun así un aspecto muy importante, es el arreglo correcto de las matemáticas desde un punto de vista puramente lógico. No hay mucho que un matemático pueda enseñar a otro sobre esto, excepto advertirle que, a medida que aumenta el tamaño del trabajo, su complejidad aumenta en una proporción escalofriante. En alguna etapa de escribir un libro de 300 páginas, tuve 1000 hojas de papel, cada una con una proposición matemática, un lema, un teorema, o inclusive un comentario menor con su prueba correspondiente. Las hojas estaban numeradas, de cualquier manera. Mi trabajo consistió en señalar, sobre cada hoja, los números de las hojas cuya proposición debe lógicamente venir antes, y después arreglar las hojas en un orden lineal de tal suerte que ninguna hoja viniese después de una que la mencionase. El problema tenía, aparentemente, incontables soluciones; la dificultad consistió en elegir la solución que fuese más eficiente y placentera posible.

8. ESCRIBE BUEN CASTELLANO[2]

Todo lo que he dicho hasta ahora tiene que ver con escribir en un sentido amplio, global; ahora es tiempo de considerar los aspectos locales de nuestro tema.

---

[2] Este ensayo está escrito originalmente en inglés, y el título de esta sección es "WRITE GOOD ENGLISH". Es evidente, pues, que el propósito de Halmos es dar consejos "gramaticales" a partir de este idioma. He intentado, en la medida de lo posible, salvaguardar su intención para este propósito, pero ya no considerando al inglés, sino al castellano. Nota del Traductor.

¿Por qué un autor no debería escribir “kiero” en lugar de “quiero”? Dado el contexto, no hay forma en que la palabra pueda ser malinterpretada, además de que es más corta, así que, ¿por qué no? La respuesta con la que probablemente todo el mundo estaría de acuerdo, incluso los lingüistas más libertarios, es que todas las veces que se introduce esta “reforma” están destinadas a causar cierta distracción, y por lo tanto una pérdida de tiempo, de tal forma que el “ahorro” no vale la pena. Un ejemplo así de azaroso es probable que no sea muy convincente; más personas estarían de acuerdo con que un libro entero escrito con una grafía reformada, recurriendo a “ke” por “que”, por ejemplo, no sería un instrumento de enseñanza muy efectivo para las matemáticas. Sean cuales sean los méritos de la reforma ortográfica, las palabras mal escritas, de acuerdo con los estándares de los diccionarios actuales, restan valor a lo bueno que puede aportar un libro: únicamente retrasan y distraen al lector, y posiblemente lo confunden y lo hacen enojar.

La razón para mencionar la ortografía no obedece a que ésta sea un peligro común o serio para la mayoría de los autores, sino a que sirve para ilustrar y enfatizar un punto mucho más importante. Me gustaría argumentar que es importante que los libros de matemáticas (y los artículos, las cartas, y las conferencias) sean escritos en un estilo castellano bueno, donde “bueno” significa “correcto” de acuerdo con los estándares públicos actuales y comúnmente aceptados. (Los autores franceses, japoneses, o rusos, por favor sustituyan “francés”, “japonés”, o “ruso” por “castellano”.) Con esto no quiero decir que el estilo deba de ser pedante, o pesado, o formal, o burocrático, o florido, o mera jerga académica. Me refiero a que no debe ser molesto, debe ser como la banda sonora de una película. Debe permitir que el lector avance sin ningún bloqueo conciente o inconciente ocasionado por el instrumento de comunicación, y no por su contenido.

El buen estilo castellano implica una gramática correcta, una correcta elección de las palabras, una puntuación correcta y, quizá sobre todo, sentido común. Existe una diferencia entre “que” [como conjunción] y “que” [como pronombre][3], y “menos” y “menor” no son lo mismo, y un buen autor matemático debe saber tales cosas. Quizá el lector sea incapaz de reconocer la diferencia, pero cien o más páginas de un mal uso coloquial tienen un efecto abrasivo acumulativo que seguramente el autor no pretende producir. Fowler [4], Roget [8], y Webster [10] están junto a Dunford-Schwartz en mi

[3] Los ejemplos y los paréntesis son míos, y obedecen al problema ya mencionado en el pie de página anterior. Nota del Traductor.

escritorio; están, en una posición similar, en el escritorio de todo autor. Es poco probable que una sola coma convierta una prueba correcta en una incorrecta, pero un maltratamiento consistente de cosas así de pequeñas tiene grandes efectos.

El castellano puede ser un instrumento bello y poderoso para producir información interesante, clara, y completamente precisa, y tengo fe en que lo mismo es cierto para el francés, el japonés, o el ruso. Es tan importante para un expositor familiarizarse con este instrumento como para un cirujano lo es conocer sus instrumentos [de trabajo]. Euclides puede ser explicado con una gramática pobre y con una mala dicción, y el apéndice vermiforme puede ser extraído con una navaja de bolsillo, pero la víctima, incluso si está inconciente de las razones de su malestar, seguramente preferirá un mejor tratamiento.

Todos los matemáticos, incluso los estudiantes más jóvenes próximos a su aprendizaje matemático, saben que las matemáticas tienen un lenguaje propio (en realidad es uno solo), y que un autor debe dominar la gramática y el vocabulario de tal lenguaje, así como el vernáculo. No hay un curso a la Berlitz para el lenguaje de las matemáticas; aparentemente, la única forma de aprenderlo es viviendo con él por años. Lo que sigue no es, y no puede ser, una analogía matemática de Fowler, Roget, y Webster, pero quizá puede servir para indicar una o dos docenas de miles de elementos que contendrían tales analogías.

9. LA HONESTIDAD ES LA MEJOR POLÍTICA

El propósito de utilizar un buen lenguaje matemático es, desde luego, facilitar la comprensión del tema para el lector, y tal vez incluso hacerla agradable. El estilo debe ser bueno no en el sentido de un brillo llamativo, sino en el sentido de una perfecta amenidad. El propósito es alisar el camino del lector, anticiparse a sus dificultades y prevenirlas. Lo que se busca es claridad, no pedantería; comprensión, no conmoción.

El énfasis en el párrafo anterior, aunque tal vez sea necesario, podría parecer que apunta en una dirección no deseada, así que me apresuro a corregir una posible mala interpretación. Mientras evito la pedantería y la conmoción, no quiero evitar el rigor y la precisión; creo que estos objetivos son reconocibles. No pretendo aconsejar a un joven autor a que sea siempre ligero pero hábilmente deshonesto, y así pase por alto las dificultades. A veces, por ejemplo, puede no haber una mejor forma de obtener un resultado que a partir de un cálculo engorroso. En ese caso es deber del autor llevarlo a

cabo o desarrollarlo en público. Lo mejor que puede hacer para aligerarlo es extender su simpatía hacia el lector por medio de una frase como “desafortunadamente, la única prueba conocida es el siguiente cálculo engorroso”.

Este es el tipo de cosas a las que me refiero con poca honestidad. En un momento determinado, habiendo probado con orgullo una proposición p, puedes decir: “Observemos, sin embargo, que p no implica q.”, y después, pensando que has hecho un buen trabajo de exposición, pasar felizmente a otras cosas. Tus motivos pueden ser perfectamente puros, pero el lector podría sentirse engañado. Si supiese absolutamente todo sobre el tema, no te estaría leyendo; para él, es muy probable que la no implicación no esté respaldada. ¿Es obvia? (entonces dilo); ¿ofrecerás un contraejemplo más adelante? (prométela ahora); ¿es una parte estándar de la literatura pero para tus propósitos presentes resulta irrelevante? (ofrece una referencia), u, horribile dictu, ¿simplemente quieres decir que intentaste derivar q de p, fallaste, y en realidad no sabes si p implica q? (¡confiesa inmediatamente!). En cualquier caso, gánate la confianza del lector.

No hay nada de malo en las palabras frecuentemente ridiculizadas “es obvio” y “es fácil ver”, pero existen ciertas reglas mínimas para su uso. Seguramente cuando escribiste que algo era obvio, pensaste que lo era. Pero cuando, un mes o dos, o seis meses después, recogiste tu manuscrito y lo releíste, ¿seguías pensando que ese algo era obvio? (Unos cuantos meses de madurez siempre mejoran los manuscritos.) Cuando se lo explicaste a un amigo, o en un seminario, ¿fue la cosa en cuestión aceptada como obvia? (¿O alguien la cuestionó y se hundió, murmullando, cuando le tranquilizaste? ¿Tu seguridad consistió en una demostración, o en una intimidación?) Las respuestas evidentes a estas preguntas retóricas se encuentran entre las reglas que deben controlar el uso de la palabra “obvio”. Hay otra regla, la más importante y que todo mundo conoce, cuya violación es la fuente más frecuente de error matemático: asegúrate de que lo “obvio” sea verdadero.

No hace falta decir que no estás escribiendo para ocultarle hechos al lector, sino para dejarlos al descubierto. Lo que digo es que no debes ocultar el estatus de tus proposiciones ni tu actitud hacia ellas. Siempre que digas algo al lector, dile en qué condición se encuentra: esto ha sido probado, aquello no, esto será probado, aquello no. Enfatiza lo importante y minimiza lo trivial. Hay muchas buenas razones para hacer obvias ciertas proposiciones aquí y allá, y la razón para decir que son obvias es para ponerlas en una perspectiva correcta para el no iniciado. Incluso si el que lo digas hace

que un lector ocasional se moleste contigo, se sirve a un buen propósito al informarle cómo ves el asunto. Claro está que debes obedecer las reglas. No decepciones al lector; él quiere creer en ti. La pretensión, la fanfarronería, y el encubrimiento podrán no cacharse de inmediato, pero la mayoría de los lectores pronto sentirán que hay algo que no está bien, y no culparán de ello ni a los hechos ni a sí mismos, sino, con mucha razón, al autor. Una honestidad absoluta supone mayor claridad.

10. ABAJO CON LO IRRELEVANTE Y CON LO TRIVIAL

A veces una proposición puede ser tan obvia que ni siquiera necesita que se le llame de ese modo, y aun así la oración que la anuncia puede resultar en una mala exposición, porque produce confusión, poco rumbo, y dilación. Me refiero a algo como esto: "Si R es un anillo semisimple conmutativo con unidad, y si x y y están en R, entonces $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$." El lector atento se preguntará qué tienen que ver la semisimplicidad y la unidad con lo que siempre ha considerado como obvio. Los supuestos irrelevantes incluidos sin motivo, un énfasis incorrecto, o incluso la ausencia de un énfasis correcto, pueden ocasionar estragos.

Esto produce estragos precisamente porque un supuesto irrelevante y su causa, que es mucho tiempo perdido, suponen una falla del autor para ganarse la confianza del lector, al mencionar explícitamente casos triviales y excluirlos si son necesarios. Todo número complejo es el producto de un número no negativo y un número de módulo 1. Esto es cierto, pero el lector se sentirá engañado e inseguro si poco después de habérsele dicho este hecho (o de habérsele recordado en alguna otra ocasión, quizá en una ocasión preparatoria para una generalización pronta a ser hecha) no se le dice que hay algo sospechoso con el número 0 (el caso trivial). El punto no es que la falla al tratar casos triviales de forma separada pueda a veces conducir a un error matemático; no sólo estoy diciendo "no cometas errores". El punto es que la insistencia en las explicaciones legítimamente correctas pero explícitamente insuficientes ("La declaración es correcta tal como está, ¿qué más quieres?") es engañosa, es mala exposición, y mala psicología. También puede ser casi malas matemáticas. Si, por ejemplo, el autor se está preparando para hablar del teorema de que, bajo las hipótesis apropiadas, toda transformación lineal es el producto de una dilatación y de una rotación, entonces su ignorar el 0 para el caso

unidimensional conduce a un malentendido del lector sobre el comportamiento de las transformaciones lineales singulares en el caso general.

Este puede ser el lugar idóneo para decir unas cuantas palabras sobre las declaraciones de los teoremas: ahí, más que en cualquier otro lado, deben evitarse las irrelevancias.

La primera cuestión es en dónde debe exponerse el teorema, y mi respuesta es: antes que nada. No divagues ociosamente al no decirle al lector hacia dónde vas, y después anuncies repentinamente: "De esta forma hemos probado que…". El lector podrá prestar mayor atención a la prueba si sabe qué estás probando, y podrá ver mejor dónde su utilizan las hipótesis si de antemano sabe cuáles son. (El abordaje laberíntico suele conducir al teorema "colgante", que me parece espantoso. Me refiero a algo como: "De esta forma, hemos probado el teorema 2…".

La sangría, que no es otra cosa que una especie de marca de puntuación invisible, produce una separación discordante en la oración, y, después de que el lector haya reunido su ingenio y haya cachado el truco que se le hizo, produce una separación indeseable entre la declaración del teorema y su designación oficial.

Esto no es decir que el teorema deba estar desprovisto de todo comentario introductorio, de toda definición preliminar, y de toda motivación que resulte útil. Todo eso viene primero; la declaración viene después, y la prueba viene al último. La declaración del teorema debe consistir, siempre que sea posible, en una oración: una simple implicación o, asumiendo que antes ya fueron establecidas algunas hipótesis universales y que todavía tienen fuerza, en una simple manifestación. Deja fuera la charla: "Sin pérdida de generalidad podemos asumir que…", y "Por otra parte, del teorema 1 se sigue que…" no pertenecen a la declaración de un teorema.

Idealmente, la declaración de un teorema no es sólo una oración, sino una oración corta sin más. Los teoremas cuyas declaraciones ocupan casi una página (¡o más!) son difíciles de absorber, mucho más difíciles de lo que deben ser. Indican que el autor no pensó en toda la cuestión, y que no la organizó como debería haberlo hecho. Una lista de ocho hipótesis (incluso si fueron designadas correctamente) y una lista de seis conclusiones no hacen un teorema; son una teoría mal expuesta. ¿Son todas las hipótesis necesarias para cada conclusión? Si la respuesta es no, entonces la mala calidad de la declaración es evidente; si la respuesta es sí, entonces las hipótesis probablemente describan un concepto general que merece ser aislado, nombrado, y estudiado.

11. REPITE Y NO REPITAS

Una regla importante del buen estilo matemático supone repetición, y otra regla importante supone su evitación.

Por repetición en el primer sentido no me refiero a decir la misma cosa varias veces con distintas palabras. A lo que me refiero, en la exposición de un tema preciso como las matemáticas, es a la repetición *palabra por palabra* de una oración, o de incluso muchas oraciones, con el propósito de enfatizar un pequeño cambio en una oración colindante. Si has definido, establecido, o probado algo en el capítulo 1, y si en el capítulo 2 quieres desarrollar una teoría paralela o más general, es de gran ayuda para el lector si utilizas las mismas palabras en el mismo orden tanto como te sea posible, y si después, con un apropiado redoble de tambores, enfatizas la diferencia. El redoble de tambores es importante. No es suficiente con enlistar seis adjetivos en una definición y después re-enlistar cinco de ellos, con un sexto [adjetivo] disminuido, en la segunda [definición]. Ciertamente eso es lo que hay que hacer, pero lo que ayuda a decirlo es: "Notemos que las cinco primeras condiciones en la definiciones de p y q son las mismas, y lo que las distingue es el debilitamiento de la sexta."

A veces sucede que, para poder hacer un énfasis de este tipo en el capítulo 2, necesites regresar al capítulo 1 y reescribir lo que pensaste haber escrito lo suficientemente bien, pero esta vez de tal forma que su paralelismo con la parte relevante del capítulo 2 la produzca el dispositivo de repetición. Este es un ejemplo más de por qué el plan de escritura espiral es inevitable, y es otro aspecto de lo que llamo organización del material.

Los párrafos precedentes describen un tipo importante de repetición matemática del buen tipo, pero hay otros dos tipos que son malos.

Un sentido en que la repetición suele considerarse como un dispositivo de buena enseñanza es aquel que supone que, en la medida en que más a menudo digas la misma cosa utilizando exactamente las mismas palabras, o bien algo ligeramente distinto cada vez, es más probable que remarques tu punto. No estoy de acuerdo con esto. Si es la segunda vez que dices algo, incluso el lector más distraído recordará tenuemente que hubo una primera vez, y se preguntará si esta segunda vez está aprendiendo lo mismo que debió haber aprendido antes, o si únicamente algo similar pero distinto. (El decirle "Ahora estoy diciendo *exactamente* lo mismo que dije en la página 3" ayuda.) Pero incluso la sospecha más atenuada es mala. Todo lo que asusta innecesariamente, divierte

de forma irrelevante, o distrae de cualquier otra manera, es malo. (Los dobles sentidos no intencionados son la aflicción de muchos autores.) Además, una buena organización y, en particular, el plan de organización espiral discutido antes, es un sustituto de la repetición, un sustituto que funciona mucho mejor.

Otro sentido en que la repetición es mala se resume en el breve y sólo parcialmente inexacto precepto: nunca repitas una prueba. Si diversos pasos en la prueba del teorema 2 tienen un parecido muy cercano con las partes de la prueba del teorema 1, eso quiere decir que hay algo que no se comprende totalmente. Otros síntomas de la misma enfermedad son: "por la misma técnica (o método, o dispositivo, o truco) que en la prueba del teorema 1…", o, de manera brutal, "véase la prueba del teorema 1". Cuando eso sucede, es muy probable que haya un lema que valga la pena encontrar, formular, y probar, un lema desde el cual puedan ser fácil y claramente deducidos los teoremas 1 y 2.

12. EL "NOSOTROS" NO ES TAN MALO

Un aspecto del estilo expositivo que suele incomodar a los autores principiantes es el uso de la palabra "nosotros" en lugar del singular "yo" o de la palabra neutral "uno". Es en cuestiones de este tipo en donde el sentido común es importante. Por lo que vale, expongo mi recomendación.

Como el mejor estilo expositivo es el que resulta menos molesto, actualmente prefiero el estilo neutral. Esto *no* significa utilizar "uno" con frecuencia o siempre. Las oraciones del tipo "de esta forma uno ha probado que…" son espantosas. Me refiero más bien a evitar los pronombres de primera persona en el caso singular o plural. "Como p, se sigue que q." "Esto implica p." "Una aplicación de p a q produce r." La mayor parte (¿toda?) de la escritura matemática es (¿debe ser?) fáctica, y las oraciones declarativas sencillas son las mejores para comunicar hechos.

Un dispositivo frecuentemente efectivo y ahorrador de tiempo es el uso del imperativo. "Para encontrar p, multiplique q por r." "Dada p, iguálese q con r." (Dos digresiones sobre la palabra "dada". (1) No la utilices cuando no significa nada. Por ejemplo: "Para cualquier p dada, hay una q." (2) Recuerda que proviene de un verbo activo, así que resiste la tentación de dejarla colgando. Por ejemplo: No emplees "Dada p, hay una q", sino "Dada p, encuentra q".)

No hay nada malo con la palabra “nosotros”, y si te agrada no le des un mal uso. Deja que “nosotros” signifique “el autor y el lector” (o el “conferencista y la audiencia”). De esta manera, está bien decir “Utilizando el lema 2, podemos generalizar el teorema 1”, o “El lema 3 nos proporciona una técnica para probar el teorema 4”. No está bien decir “Nuestro trabajo sobre este resultado fue hecho en 1969” (a menos que se esté hablando de dos o más autores expresándose al unísono), ni “Agradecemos a nuestra esposa por haber leído las pruebas”.

El uso de “yo”, y especialmente su uso excesivo, puede tener un efecto repelente, como una suerte de arrogancia o de predicación catedrática, y es por esa razón que prefiero evitarlo siempre que sea posible. En las observaciones breves, obviamente también en las notas personales, y quizá en ensayos como éste, puede tener un lugar.

13. UTILIZA LAS PALABRAS CORRECTAMENTE

Las siguientes unidades más pequeñas de comunicación, después del concepto en su totalidad, los capítulos principales, los párrafos, y las oraciones, son las palabras. La sección anterior relativa a los pronombres trató de palabras en cierto sentido, pero en un sentido más legítimo, trató de una política estilística global. Lo que diré a continuación no es sólo “utiliza las palabras correctamente”, porque eso debería darse por sentado. Lo que quiero destacar es la necesidad de pensar y utilizar con cuidado las pequeñas palabras del sentido común y de la lógica intuitiva, y las palabras específicamente matemáticas (términos técnicos) que pueden tener un profundo efecto en el significado matemático.

La regla general consiste en utilizar las palabras de la lógica y las matemáticas de forma correcta. El énfasis, como en el caso de la escritura de oraciones, no es alentar la pedantería. No estoy sugiriendo una proliferación de términos técnicos con finas distinciones entre ellos, sino todo lo contrario: el énfasis es en una artesanía tan meticulosa que no sólo resulte correcta, sino amenamente correcta.

Aquí hay un ejemplo: “Pruébese que cualquier número complejo es el producto de un número no negativo y un número de módulo 1.” He tenido estudiantes que han ofrecido la siguiente prueba: “$-4i$ es un número complejo, y es el producto de 4, un número no negativo, y $-i$, que tiene módulo 1; q. e. d.” El punto es que en el castellano de la vida cotidiana “cualquier” es una palabra ambigua. Dependiendo del contexto,

puede hacer alusión a un cuantificador existencial ("¿vendes cualquier lana?", "si cualquiera puede hacerlo, él también puede") o a un cuantificador universal ("cualquier número puede jugar"). En conclusión: nunca utilices "cualquier" al escribir matemáticas. Remplázala por "cada" o "todo", o reformula toda la oración.

Una manera de reformular la oración de muestra del párrafo anterior es estableciendo la convención de que todas las "variables individuales" se extienden a través del conjunto de los números complejos y entonces escribir algo como

$$\forall z \exists p \exists u[(p = |p|) \wedge (|u| = 1) \wedge (z = pu)].$$

Yo no recomiendo esta práctica. El simbolismo de la lógica formal es indispensable en la discusión de la lógica de las matemáticas, pero al utilizarlo como medio para transmitir ideas de un mortal a otro se convierte en un código engorroso. El autor tuvo que codificar sus pensamientos (niego que alguien piense en términos de $\exists$, $\forall$, $\wedge$, y cosas parecidas) y el lector tiene que decodificar lo que escribió el autor; ambos pasos son una pérdida de tiempo y una obstrucción al entendimiento. La presentación simbólica, ya sea en el sentido del lógico moderno o del epsilonista clásico, es algo que las máquinas pueden escribir y que pocos excepto éstas pueden leer.

Esto en cuanto a la palabra "cualquier". Otros infractores, acusados de delitos menores, son "donde", "equivalente", y "si…entonces…si…entonces". "Donde" suele ser señal de una perezosa idea tardía que debió haberse pensado bien antes. "Si n es lo suficientemente grande, entonces $|a_n| < \varepsilon$, donde ε es un número positivo preasignado."; son claras tanto la enfermedad como la cura. El uso de "equivalente" *para los teoremas* es un sinsentido lógico. (Por "teorema" me refiero a una verdad matemática, algo que ha sido probado. Una declaración significativa puede ser falsa, pero un teorema no; "un teorema falso" es una contradicción.) ¿Qué sentido tiene decir que la completitud de L^2 es equivalente al teorema de representación para las funcionales lineales sobre L^2? Su sentido es que las pruebas de ambos teoremas son moderadamente difíciles, pero una vez que una ha sido probada, cada una, la otra puede ser probada con mucho menos trabajo relativo. La palabra lógicamente precisa "equivalente" no es una buena palabra para *que*. En cuanto a "si…entonces…si…entonces", es únicamente una frecuente borla estilística cometida por los escritores rápidos y lamentada por los lectores lentos. "Si p, entonces si q,

entonces *r*.” Lógicamente todo está bien $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$, pero psicológicamente es sólo otra piedra con la que tropezar innecesariamente. Por lo general, todo lo que se necesita para evitarla es reformular la oración, pero no existe ninguna reformulación universalmente buena, así que lo que es mejor depende de lo que es importante para el caso a la mano. Podría ser “Si *p* y *q*, entonces *r*”, o “En presencia de *p*, la hipótesis *q* implica la conclusión *r*”, o muchas otras versiones.

14. UTILIZA LOS TÉRMINOS TÉCNICOS CORRECTAMENTE

Los ejemplos de dicción matemática mencionados hasta ahora fueron en realidad cuestiones lógicas. Para ilustrar las posibilidades del uso oportuno del lenguaje preciso en el sentido de la vida cotidiana del matemático, mencionaré brevemente tres ejemplos: la función, la secuencia, y el contener.

Pertenezco a la escuela de pensamiento que cree que las funciones y sus valores son lo suficientemente distintos como para deber mantener la diferencia. No es necesario ningún escándalo, o por lo menos ningún escándalo visible, público. Únicamente abstente de decir cosas como “la función $z^2 + 1$ es par”. Toma un poco más de tiempo decir “la función *f* definida por $f(z) = z^2 + 1$ es par”, o, lo que es desde muchos puntos de vista preferible, “la función $z \to z^2 + 1$ es par”, pero es un buen hábito que puede salvar al lector (y al autor) de graves errores y que siempre suaviza la lectura.

“Secuencia” significa “función cuyo conjunto es el dominio de los números naturales”. Cuando un autor escribe “la unión de una secuencia de conjuntos medibles es medible” está guiando la atención del lector a donde no pertenece. El teorema no tiene nada que ver con la primeridad del primer conjunto, la segundidad del segundo conjunto, etc.; la *secuencia* es irrelevante. La declaración correcta es que “la unión de un conjunto numerable de conjuntos medibles es medible” (o, si se quiere un énfasis distinto, “la unión de un conjunto infinito numerable de conjuntos medibles es medible”). El teorema de que “el límite de una secuencia de funciones medibles es medible” es una cosa muy distinta; ahí, “secuencia” se utiliza de forma correcta. Si un lector sabe qué es una secuencia, si siente la definición en sus huesos, entonces el mal uso de la palabra lo distraerá y ralentizará su lectura aunque sea muy poco; si en

realidad no lo sabe, entonces el mal uso [de la palabra] pospondrá seriamente su comprensión definitiva.

"Contiene" e "incluye" suelen utilizarse como sinónimos, a menudo por las mismas personas que enseñaron a sus estudiantes que $\in$ y $\subset$ no son en absoluto la misma cosa. Es muy poco probable que el uso intercambiable de "contiene" e "incluye" produzca confusión alguna. Con todo, hace algunos años comencé un experimento que todavía hoy intento: siempre y sistemáticamente, tanto cuando hablo como cuando escribo, he utilizado "contener" para $\in$ e "incluir" para $\subset$. No estoy diciendo haber probado algo con esto, pero sí puedo señalar que (a) es muy fácil acostumbrarse a ello, (b) no hace ningún daño, y (c) no pienso que alguien lo haya notado. Sospecho, aunque no es fácil probarlo, que este tipo de consistencia terminológica (sin alboroto al respecto) puede, no obstante, contribuir a la comodidad del lector (y del oyente).

La consistencia, por cierto, es una virtud mayúscula, y su contrario es un pecado mortal en la exposición. La consistencia es importante en el lenguaje, en la notación, en las referencias, en la tipografía; es importante en todos lados, y su ausencia puede causar desde una leve irritación hasta una severa desinformación.

Mi consejo sobre el uso de las palabras puede resumirse como sigue. (1) Evita los términos técnicos, y especialmente la creación de nuevos siempre que sea posible. (2) Piensa bien en los nuevos términos técnicos que debas crear; consulta al Roget, y hazlos de la manera más apropiada posible. (3) Utiliza los viejos términos técnicos correcta y consistentemente, pero con un mínimo de pedantería indiscreta.

15. RESÍSTETE A LOS SÍMBOLOS

Todo lo dicho sobre las palabras aplica, mutatis mutandis, a las incluso más pequeñas unidades de la escritura matemática, los símbolos matemáticos. La mejor notación es ninguna notación. Siempre que te sea posible evitar el uso de un complicado aparato alfabético, hazlo. Una buena actitud hacia la preparación de una exposición matemática escrita es pretender que es hablada. Pretende que le estás explicando el tema a un amigo durante una larga caminata en el bosque, y que no tienes a mano ningún papel; recurre al simbolismo sólo cuando sea estrictamente necesario.

Un corolario al principio de que entre menos notación mejor, y en analogía al principio de evitar suposiciones irrelevantes, es que evites el uso de símbolos irrelevantes. Por ejemplo: "En un espacio compacto, cada función continua de valor real

f está limitada." ¿En qué contribuye el símbolo "*f*" a la claridad de la declaración? Otro ejemplo: "Si $0 \le \lim_n {\alpha_n}^{1/n} = p \le 1$, entonces $\lim_n \alpha_n = 0$." ¿En qué contribuye "*p*" aquí? La respuesta es la misma en ambos casos (en nada), pero las razones para la presencia de los símbolos irrelevantes pueden ser distintas. En el primer caso, "*f*" puede ser sólo un hábito nervioso. En el segundo caso, "*p*" es probablemente la preparación para una prueba. El hábito nervioso es fácil de romper. Lo otro es más difícil, porque supone más trabajo para el autor. Sin la "*p*" en la declaración, la prueba llevaría media línea más. Tendría que comenzar con algo como "Escribamos $p = \lim_n {\alpha_n}^{1/n}$." La repetición (de "$\lim_n {\alpha_n}^{1/n}$") vale la pena; tanto la declaración como la prueba se leen más fácil y naturalmente.

Una manera vistosa de decir "no utilices letras superfluas" es diciendo "no utilices ninguna letra sólo una vez". A lo que me estoy refiriendo aquí es a lo que los lógicos expresarían diciendo "no dejes libre ninguna variable". En el ejemplo de arriba, el de las funciones continuas, "*f*" era una variable libre. La mejor forma de eliminar la "*f*" particular es omitiéndola; una alternativa ocasionalmente preferible es convertirla de libre a limitada. La mayoría de los matemáticos harían eso diciendo "Si *f* es una función continua de valor real en un espacio compacto, entonces *f* está limitada." Algunos lógicos seguirían señalando que "*f*" sigue siendo libre en la nueva oración (dos veces, además), y técnicamente tendrían razón. Para limitarla, sería necesario insertar "para toda *f*" en algún punto gramaticalmente apropiado, pero la forma habitual con la que los matemáticos manejan este problema es refiriéndose (tácitamente) a la convención (tácita) de que toda oración está precedida por todos los cuantificadores universales necesarios para convertir todas sus variables en [variables] limitadas.

La regla de nunca dejar una variable libre en una oración, como muchas otras de las reglas que estoy estableciendo, a veces es mejor romperla que obedecerla. La oración, después de todo, es una unidad arbitraria, y si uno quiere una "*f*" libre colgando en una oración para que uno pueda después referirse a ella en una oración posterior, digamos, en el mismo párrafo, no creo que uno deba necesariamente salirse del regimiento. La regla es esencialmente firme, siempre la misma, y si buen puede torcerse de vez en cuando, no merece ser despedazada en mil pedazos.

Existen otros pelos lógico-simbólicos que pueden producir cierta confusión o, en el mejor de los casos, un desconcierto temporal, a menos que sean separados cuidadosamente. Supongamos, por ejemplo, que en algún lugar has mostrado la relación

(*) $$\int_0^1 |f(x)|^2 dx < \infty$$

como, digamos, un teorema demostrado sobre alguna *f* particular. Si después llegas a otra función *g* con lo que parece ser la misma propiedad, debes resistir la tentación de decir "*g* también satisface (*)". Eso es un sinsentido lógico y alfabético. En lugar dí "(*) queda satisfecha si *f* es remplazada por *g*", o, mejor aún, dale a (*) un nombre (en este caso tiene una denominación habitual) y dí "*g* también pertenece a $L^2(0,1)$".

¿Qué hay de "la desigualdad (*)", o de "la ecuación (7)", o de "la fórmula (iii)"? ¿Debemos etiquetar o numerar todas las visualizaciones? Mi respuesta es que no, y la razón es la siguiente: así como no debes mencionar suposiciones irrelevantes o nombrar conceptos irrelevantes, tampoco debes colocar etiquetas irrelevantes. Alguna pequeña parte de la atención del lector se verá atraída por la etiqueta, y alguna pequeña parte de su mente se preguntará por qué está ahí la etiqueta. Si hay una razón, entonces el preguntarse sirve a un propósito saludable a modo de preparación, sin ningún problema, para una referencia futura de la misma idea; si no hay razón alguna, entonces la atención y el preguntarse fueron en vano.

Es bueno ser tacaño en el uso de etiquetas, pero la parsimonia también puede llevar a extremos. No recomiendo que hagas lo que Dickson hizo alguna vez [2]. En la página 89 dice: "Entonces…tenemos (1)…", pero la página 89 es el comienzo de un nuevo capítulo, y sucede que no contiene visualización alguna, y mucho menos una con la etiqueta (1). La visualización etiquetada como (1) tiene lugar en la p. 90, a la vuelta, y nunca pensé en buscarla *ahí*. Esa trampa me costó cinco inútiles y aturrullados minutos. Cuando por fin vi la luz, me sentí estúpido y engañado, y nunca he perdonado a Dickson por eso.

Un lugar en donde la notación engorrosa suele entrar a menudo es en la inducción matemática, y a veces es inevitable. Más a menudo, sin embargo, creo que el indicar el paso de 1 a 2 y seguirlo por un ligero "y así sucesivamente" es tan intachablemente riguroso como el cálculo detallado, y mucho más comprensible y convincente. De igual forma, una declaración general sobre $n \times n$ matrices suele probarse mejor no a partir de exhibir muchas a_{ij}s acompañadas por triples de puntos dispuestos en filas, columnas, y diagonales, sino a partir de la prueba de un caso especial típico (digamos, 3×3).

Existe un patrón en todos estos mandatos relativos a evitar la notación. El punto es que el riguroso concepto de prueba matemática puede enseñársele a una estúpida máquina de computación de una sola forma, pero a un ser humano dotado de intuición geométrica, con una experiencia que aumenta día a día, y con la impaciente incapacidad para concentrarse en detalles repetitivos por mucho tiempo, esa forma es una mala forma. Otro ejemplo de esto es una prueba consistente en una cadena de expresiones separadas por signos iguales. Una prueba de este tipo resulta fácil de escribir. El autor comienza con la primera ecuación, hace una sustitución natural para obtener la segunda, reúne términos, permuta, inserta, e inmediatamente cancela un inspirado factor, y por pasos como éstos procede hasta obtener la última ecuación. Esto es, de nuevo, codificar, y el lector se ve obligado no sólo a aprender a medida que avanza, sino, al mismo tiempo, a decodificar a medida que avanza. El doble esfuerzo es innecesario. Gastando otros diez minutos escribiendo un párrafo redactado cuidadosamente, el autor puede ahorrarle a cada uno de sus lectores media hora y mucha confusión. El párrafo debe ser un medio para la acción, para remplazar el inútil código que simplemente reporta los resultados del acto y deja al lector preguntándose cómo es que se obtuvieron. El párrafo debería decir algo como esto: “Para la prueba, sustituyamos primero *p* por *q*, después reunamos términos, permutemos los factores, y finalmente insertemos y cancelemos un factor *r*.”

Un truco familiar de mala enseñanza consiste en comenzar una prueba diciendo: “Dada ε, sea $\delta \left(\frac{\varepsilon}{3M^2+2}\right)^{1/2}$”. Esta es la tradicional prueba hacia atrás del análisis clásico. Tiene la ventaja de ser fácilmente *verificable* por una máquina (en contraposición a ser *comprensible* por un ser humano), y la dudosa ventaja de que al final algo resulta ser menor que ε, en lugar de, digamos, menor que $\left(\frac{(3M^2+7)\varepsilon}{24}\right)^{1/3}$. La forma de hacer menos exigente la tarea del lector humano es obvia: escribe la prueba hacia adelante. Comienza, como siempre lo hace el autor, poniendo algo menor que ε, y después haz lo que es necesario hacer - multiplica por $3M^2+7$ en el momento adecuado y más tarde divide entre 24, etc., etc. - hasta que termines con lo que termines. Ninguno de los dos arreglos es elegante, pero el que va hacia adelante es aprehensible y recordable.

16. UTILIZA LOS SÍMBOLOS CORRECTAMENTE

No puede hacerse mucho daño con los símbolos no alfabéticos, pero aquí también es deseable la consistencia y el evitar abusos individualmente inadvertidos pero colectivamente abrasivos. Así, por ejemplo, es bueno utilizar un símbolo de manera tan consistente que su traducción verbal sea siempre la misma. Es bueno, pero probablemente sea imposible; no obstante, es un mejor objetivo que ningún objetivo en absoluto. ¿Cómo debemos leer $"\in"$? ¿Como la frase verbal "está en", o como la preposición "en"? ¿Es correcto decir "Para $x \in A$, tenemos que $x \in B$", o "Si $x \in A$, entonces $x \in B$"? Yo prefiero por mucho la última forma (siempre leer $"\in"$ como "está en"), y deploro doblemente la primera (ambos usos tienen lugar en la misma oración). Resulta fácil de escribir y fácil de leer "Para *x* en *A*, tenemos que $x \in B$"; se evita toda disonancia y toda ambigüedad incluso momentánea. Lo mismo es verdad para $"\subset"$, aun cuando la traducción verbal sea más larga, y aún más cierto para $"\leq"$. Una oración del tipo "Siempre que un número positivo sea ≤ 3, su cuadrado es ≤ 9" es espantosa.

No sólo los párrafos, las oraciones, las palabras, las letras, y los símbolos matemáticos, sino también los símbolos de aspecto inocente de la prosa estándar pueden ser fuente de manchas y malos entendidos; me refiero a los signos de puntuación. Un par de ejemplos serán suficientes. Primero: una ecuación, o una desigualdad, o una inclusión, o cualquier otra cláusula matemática es, en su contenido informativo, equivalente a una cláusula del lenguaje ordinario, y, por lo tanto, requiere estar igual de separada que sus vecinas. En otras palabras: puntúa las oraciones simbólicas tal como harías con las verbales. Segundo: no te excedas con una pequeña marca de puntuación como un punto o una coma. Es fácil que el lector las examine, y la superintendencia ocasiona una marcha hacia atrás, confusión, retraso. Por ejemplo: "Asumamos que $a \in X$. *X* pertenece a la clase *C*,…". El punto entre las dos *X*s es un exceso, y también esto: "Asumamos que *X* desaparece. *X* pertenece a la clase *C*,…". Una buena regla general es: nunca comiences una oración con un símbolo. Si insistes en comenzar la oración mencionando la cosa denotada por el símbolo, pon la palabra apropiada en aposición, así: "El conjunto *X* pertenece a la clase *C*,…".

El punto excesivo no es peor que la coma excesiva. No es bueno "Para una *X* invertible, *X** también es invertible", sino "Para una *X* invertible, la *X** adjunta también es invertible". De igual forma, no es bueno ""Como $p \neq 0$, $p \in U$", sino "Como

$p \neq 0$, se sigue que $p \in U$". Incluso el ordinario "Si no te gusta, lárgate" (o, más bien, sus relativos matemáticos) es más difícil de digerir que su forma más cargada "Si no te gusta, entonces lárgate". Yo recomiendo "entonces" con "si" en todos los contextos matemáticos. La presencia de "entonces" nunca puede confundir, pero su ausencia sí.

Un último tecnicismo que puede servir como ayuda expositiva, y que debemos mencionar aquí, es en un sentido menor que las propias marcas de puntuación, es en un sentido tan pequeño que es invisible y, sin embargo, en otro sentido es el aspecto más visible de la página impresa. Me estoy refiriendo a la disposición, la arquitectura, la apariencia de la propia página, de todas las páginas. La experiencia de escribir, o quizá incluso de leer con plena consciencia y de manera crítica, debería darte un presentimiento de cómo se verá lo que estás escribiendo ahora cuando esté impreso. Si se ve como una prosa sólida, tendrá un aspecto formidable, sermonioso; si se ve como un picadillo computacional, con una página repleta de símbolos, tendrá un aspecto aterrador, complicado. El justo medio es oro. Rómpelo, pero no lo hagas muy pequeño; utiliza la prosa, pero no demasiado. Intercala las suficientes visualizaciones como para ofrecer al ojo una oportunidad de ayudar al cerebro; utiliza símbolos, pero a la mitad de la prosa, para así impedir que la mente se ahogue en un pantano de sufijos.

17. TODA COMUNICACIÓN ES EXPOSICIÓN

Ya dije antes, y me gustaría decirlo de nuevo para enfatizarlo, que las diferencias entre los libros, los artículos, las conferencias, y las cartas (y entre cualesquiera otros medios de comunicación que se te ocurran) son más pequeñas que sus similitudes.

Cuando uno escribe un artículo de investigación, el papel de las "hojas de papel sueltas" desde las cuales se construye el esquema de un libro pueden desempeñarlo los teoremas y las pruebas descubiertas; pero el solitario que uno juega con ellas es el mismo.

Una conferencia es un tanto distinta. Al principio, una conferencia es un artículo expositivo; uno la planea y la escribe de la misma forma. La diferencia es que uno debe tener en mente las dificultades que supone una presentación oral. El lector de un libro puede permitirse que su atención deambule, y más tarde, cuando lo decida, retomar el hilo conductor, sin haber perdido nada excepto su propio tiempo. El asistente de una conferencia no puede hacer eso. El lector puede intentar probar tus teoremas por sí mismo, y utilizar tu exposición como un control de su trabajo, pero el oyente no puede

hacer eso. El lapso de atención del lector es lo suficientemente corto; el del oyente es mucho más corto. Si los cálculos son inevitables, uno puede someter al lector a ellos, pero con el oyente no puede hacerse lo mismo. La mitad del arte de una buena escritura es el arte de la omisión; al hablar, el arte de la omisión constituye nueve décimas partes del truco. Estas diferencias no son grandes. Si duda, incluso un buen artículo expositivo, leído en voz alta, sería una conferencia horrible, aunque quizá no peor que algunas [conferencias] que he escuchado.

El aspecto de la hoja impresa lo remplaza, en una conferencia, el aspecto de la pizarra, y la imaginaria audiencia del autor se ve remplazada, en una conferencia, por personas vivas. Estas son diferencias enormes. En cuanto a la pizarra, ésta proporciona la oportunidad para hacer que algo crezca y viva de una forma que no es posible con la página impresa. (Los conferencistas que preparan su pizarra, abarrotándola antes de comenzar a hablar, son imprudentes y poco amables con las audiencias.) En cuanto a las personas vivas, éstas proporcionan la realimentación inmediata con la que todo autor sueña.

Los problemas básicos de toda comunicación expositiva son los mismos; son, pues, los que he estado describiendo en este ensayo. El contenido, un objetivo, y una organización, más los detalles de vital importancia de la gramática, la dicción, y la notación son, sin teatralidad alguna, los ingredientes esenciales de una buena conferencia, así como de un buen libro.

18. DEFIENDE TU ESTILO

La comunicación suave, consistente, efectiva, tiene sus enemigos, y se llaman asistentes editoriales o correctores [de estilo].

Un *editor* puede ser de gran ayuda para un escritor. Los escritores matemáticos tienen que vivir, por lo general, sin esta ayuda, porque el editor de un libro de matemáticas debe ser un matemático, y hay muy pocos editores matemáticos. El editor ideal, que debe comprender potencialmente cada detalle del tema expositivo del autor, puede ofrecer a éste un punto de vista interno y sin embargo imparcial del trabajo que el autor no puede tener. El editor ideal es la unión del amigo, de la esposa, del estudiante, y del experto de grado menor cuya contribución ya describí. Los editores matemáticos de una serie de libros y de revistas ni siquiera se acercan a este ideal. Su trabajo editorial es sólo una pequeña fracción de su vida, y ser un buen editor requiere de un trabajo de

tiempo completo. El editor matemático ideal no existe; la combinación amigo-esposa-etc., es sólo un sustituto casi ideal.

El *asistente editorial* es un trabajador de tiempo completo cuyo trabajo consiste en pescar tus inconsistencias, tus descuidos gramaticales, tus errores de dicción, tus faltas de ortografía; todo lo que puedas hacer mal, excepto el contenido matemático. El problema es que el asistente editorial no se considera una extensión del autor, y suele degenerarse en un mal aplicador mecánico de reglas mecánicas. Permítanme dar algunos ejemplos.

Alguna vez estudié ciertas transformaciones llamadas "measure-preserving".[4] [Obsérvese el guión, que desempeña un papel importante al hacer una sola palabra, un adjetivo, de dos palabras (medida y preservación).] Algunas transformaciones pertinentes a ese estudio dejaron de merecer ese nombre, y esto fue indicado, desde luego, por el prefijo "non" ["sin", en este caso]. Después de una gran secuencia de instrucciones mal interpretadas, la versión impresa hablaba de una "nonmeasure preserving transformation". Claro está que esto es un sinsentido, un sinsentido divertido, pero, como tal, un sinsentido que distrae y confunde.

Un colega matemático me comenta que en el manuscrito de un libro suyo escribió algo como "p o q se mantiene conforme con si x es negativa o positiva". El asistente editorial cambió eso a "p o q se mantiene conforme con si x es positiva o negativa", sobre la base de que de este modo sonaba mejor. Esto podría ser divertido si no fuese triste y, desde luego, muy, muy erróneo.

Una queja común de cualquiera que alguna vez haya discutido sobre el uso de las comillas con el enemigo concierne a su relación con [otras marcas de] puntuación. Parece haber un decreto tipográfico internacional de acuerdo con el cual un punto o una coma puesta inmediatamente a la derecha de una cita es algo "horrible". (Como aquí: el asistente editorial lo habría transformado a "horrible." si yo se lo hubiese permitido.) Desde el punto de vista del matemático lógico (e incluso más desde el punto de vista del lógico matemático) el decreto no tiene sentido. La coma o el punto debe venir donde lo demande la lógica de la situación, así

Él dijo: "La coma es horrorosa."

Aquí, claramente, el punto pertenece a la cita; las dos situaciones son distintas y no puede aplicarse una regla inelástica para ambas.

[4] "Preservación de la medida". Nota del Traductor.

Moraleja: hay libros referentes al “estilo” (que suele significar convenciones tipográficas), pero su aplicación mecánica por parte de los asistentes editoriales puede ser dañina. Si quieres ser un autor, debes estar preparado para defender tu estilo; prepárate para la batalla.

19. DETENTE

La batalla contra los correctores [de estilo] es la última tarea del autor, pero no es la tarea que los autores suelen considerar como “última”. El último paso subjetivo se produce justo antes, y es terminar el libro, dejar de escribir. Eso es difícil.

Siempre hay algo que se deja de hacer, siempre hay algo más que decir o una mejor manera de decirlo, o, como mínimo, una sensación vaga e inquietante de que la adición o mejora perfecta está a la vuelta de la esquina, y el terror de que su omisión supondría una eterna causa de arrepentimiento. Incluso mientras escribo esto me arrepiento de no haber incluido uno o dos párrafos sobre la relevancia de la eufonía y la prosodia en la exposición matemática. O, ¡espera un segundo!, ciertamente no puedo detenerme sin hablar de la denominación adecuada de los conceptos (por qué “conmutador” está bien y “conjunto de primera categoría” está mal) y de la forma propia de bautizar teoremas (por qué “el teorema de la gráfica cerrada” está bien y “el teorema de Cauchy-Buniakowski-Schwarz” está mal). Y qué hay del sermón, que no he podido expresar satisfactoriamente, sobre seguir un modelo. Elige a alguien, iba a decir, cuya escritura te llegue y te enseñe, y adapta y modifica su estilo para que encajen con tu personalidad y con tu tema; seguramente habría podido decir eso de alguna manera.

No existe una solución para este problema excepto la más obvia: la única forma de detenerse es siendo despiadado al respecto. Puedes posponer un poco la agonía, y ciertamente debes hacerlo, al corregir, al revisar los cálculos, al dejar que el manuscrito madure, y después leyéndolo todo de un golpe, pero no querrás detenerte antes.

Cuando hayas escrito todo lo que puedes pensar, tómate uno o dos días para leer el manuscrito rápidamente y para probar los puntos principales que evidentemente golpearían primero al ojo de un extraño. ¿Son buenas las matemáticas? ¿Es interesante la exposición? ¿Es claro el lenguaje? ¿El formato es placentero y fácil de leer? Después corrige y comprueba los cálculos; eso es una parte obvia del consejo, y nadie necesita que le digan cómo hacerlo. La “madurez” es fácil de explicar pero no siempre fácil de hacer. Significa poner el manuscrito fuera de la vista e intentar olvidarlo unos cuantos

meses. Cuando hayas hecho todo esto, y hayas releído todo el trabajo desde un punto de vista sosegado, habrás hecho todo lo que puedes. No esperes un resultado más, y no sigas puliendo. Incluso si obtienes un resultado o si eliminas esa esquina cerrada, sólo descubrirás otro espejismo más adelante.

Para resumir todo: comienza por el principio, sigue hasta que llegues al final, y después, sin más preámbulos, detente.

20. LA ÚLTIMA PALABRA

He llegado al final de todos los consejos sobre la escritura matemática que puedo comprimir en un ensayo. Las recomendaciones que he venido haciendo están basadas parcialmente sobre lo que hago, más sobre lo que me arrepiento de no haber hecho, y más todavía sobre lo que deseo que otros hayan hecho por mí. Podrás criticar lo que he dicho por muchas razones, pero pido que una comparación de mi consejo presente con mis acciones pasadas no sea una de ellas. Haz, por favor, como lo digo, y no como lo hago, y lo harás mejor. Después reescribe este ensayo y dile a la siguiente generación cómo hacerlo todavía mejor.

REFERENCIAS

[1] BIRKHOFF, G. D., Proof of the ergodic theorem, *Proc. N. A. S., EEUU.* 17 (1931) 656-660.

[2] DICKSON, L. E., *Modern algebraic theories*, Sanborn, Chicago (1926).

[3] DUNFORD N. y SCHWARTZ J. T., *Linear operators*, Interscience, Nueva York (1958, 1963).

[4] FOWLER H. W., *Modern English usage* (segunda edición, revisada por Sir Ernest Gowers), Oxford, Nueva York (1965).

[5] HEISEL C. T., *The circle squared beyond refutation*, Heisel, Cleveland (1934).

[6] LEFSCHETZ, S. Algebraic topology, *A. M. S.*, Nueva York (1942).

[7] NELSON E. A proof of Liouville's theorem, *Proc. A. M. S.* 12 (1961) 995.

[8] *Roget's International Thesaurus*, Crowell, Nueva York (1946).

[9] THURBER J. y NUGENT E., *The male animal*, Random House, Nueva York (1940).

[10] *Webster's New International Dictionary* (segunda edición, íntegra), Merriam, Springfield (1951).

Universidad de Indiana